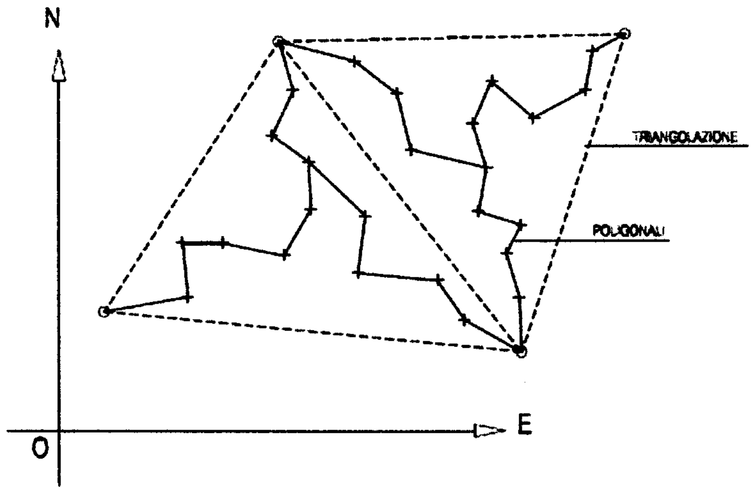
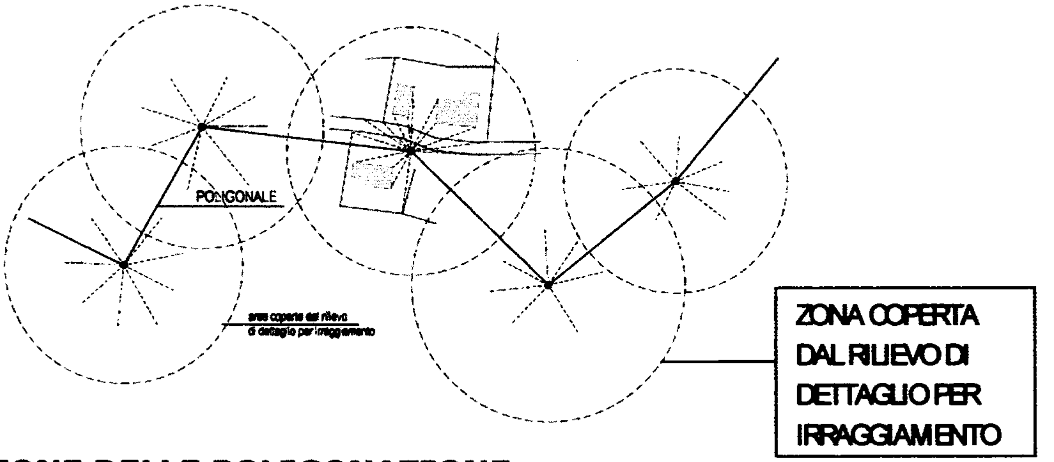
RILIEVO PER POLIGONAZIONE

Le poligonali sono delle reti di appoggio per il rilievo di dettaglio costituite da insiemi di punti collegati tra loro da una spezzata. Possono essere costruite per costituire una rete di appoggio per rilievi di media estensione oppure per infittire reti di appoggio principali più complesse ed estese costituite di solito da triangolazioni. Rispetto ad altre tipologie di reti di inquadramento le poligonali hanno il vantaggio di essere più flessibili, consentono di evitare eventuali ostacoli e meglio si adattano quindi alla morfologia del terreno.



Nel fissare sul terreno i punti della poligonale si rispettano due criteri:

- Da ogni punto della poligonale devono essere visibili almeno altri due punti della poligonale in modo che la spezzata abbia continuità;
- Il rilievo di dettaglio da ciascun punto della poligonale deve poter rilevare un'ampia zona in modo che l'insieme delle zone rilevate copra l'intera area oggetto del rilievo.

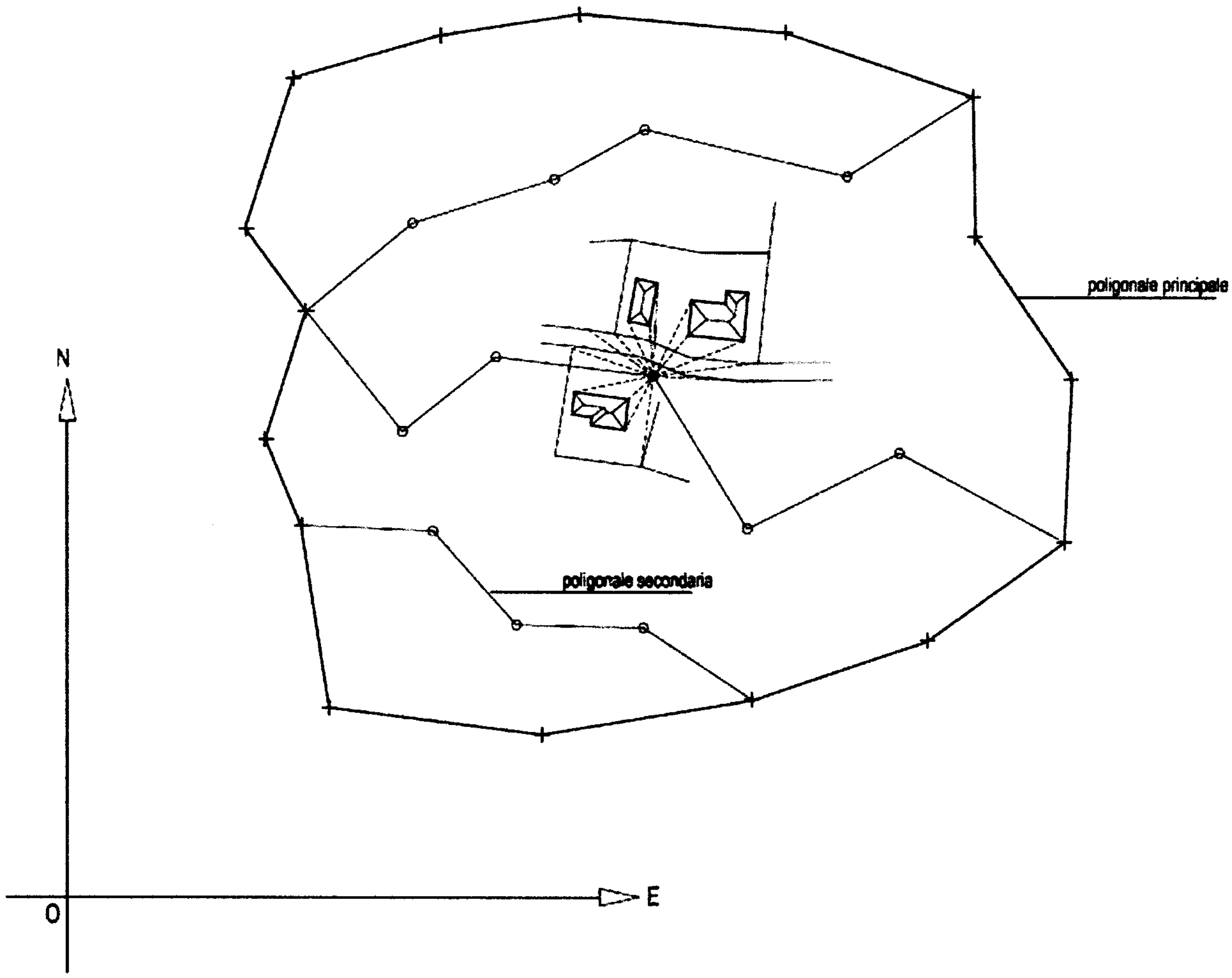


CLASSIFICAZIONE DELLE POLIGONAZIONE

Le poligonali vengono classificate secondo vari criteri riportati in tabella n.° 1:

Criterio di classificazione	**Tipi di poligonali**	**Caratteristiche**
Geometria	**Chiuse**	Il vertice finale della poligonale coincide con quello iniziale originando un poligono chiuso.
	Aperte	Il vertice finale non coincide con quello iniziale. La spezzata è aperta.
Estensione	**Topografiche**	Sono poligonali che si sviluppano all'interno del campo topografico (piano) e hanno lunghezza dei lati compresa tra i 50 e 300 m.
	Geodetiche	Si sviluppano nel campo geodetico (sfera locale) ed presentano una lunghezza dei lati variabile tra 1000 e 5000 m.
Gerarchia	**Principali**	Costituiscono l'ossatura principale del rilievo topografico del territorio e interessano l'intera area da rilevare.
	Secondarie	Vengono costruite per integrare le poligonali principali in modo da raggiungere tutte le parti del territorio oggetto del rilievo.
Precisione nella determinazione della posizione dei punti	**Grande precisione**	Sono realizzate utilizzando strumenti molto precisi e con procedure che consentono di ottenere nelle misure di angoli e distanze errori medi della seguente entità: $\sigma_a = 1" - 2"$ $\sigma_d = 10^{-5} - 10^{-6}$
	Media precisione	Sono realizzate utilizzando strumenti di precisione ordinaria che consentono di ottenere nelle misure di angoli e distanze errori medi della seguente entità: $\sigma_a = 10" - 1'$ $\sigma_d = 10^{-4} - 10^{-5}$
	Speditive	Sono realizzate utilizzando strumenti di precisione grossolana con il fine di determinare in via approssimativa le coordinate dei vertici.
Sistema di riferimento	**Orientate**	Sono riferite ad un sistema di assi cartesiani già costituito (Catasto, IGM, ecc.).
	Non orientate	Sono riferite ad un sistema di riferimento arbitrario scelto secondo le finalità del rilievo (sistemazioni del terreno, tracciamento di gallerie, ecc.).

Tabella 1 – Classificazione delle poligonali.



Dal punto di vista geometrico nelle poligonali ***chiuse*** il vertice finale della spezzata coincide con quello iniziale. La spezzata individua cioè un poligono chiuso. Si vedrà in seguito come nelle poligonali chiuse sia possibile eseguire un controllo sugli elementi del rilievo *(angoli e distanze)*, rilevare eventuali errori angolari e lineari presenti nell'insieme delle misure ed eseguirne la compensazione se questi non assumono la connotazione di errori grossolani.

Nelle poligonali ***aperte*** invece la spezzata non si chiude su se stessa e il controllo dei dati del rilievo potrà essere eseguito solo se il rilievo verrà esteso e vincolato con opportuni criteri ad altri punti di coordinate note.

Le poligonali si definiscono ***orientate*** quando le coordinate dei punti vengono calcolate rispetto un sistema di assi cartesiani già definito e presente sul terreno *[sistema di riferimento assoluto]*. Per fare questo occorre conoscere le coordinate di almeno un punto della poligonale e altri elementi geometrici tali da consentire il calcolo delle coordinate rispetto al sistema di riferimento prefissato.

Le poligonali orientate sono di solito utilizzate quando il rilievo che si sta costruendo è finalizzato all'aggiornamento di carte topografiche esistenti.

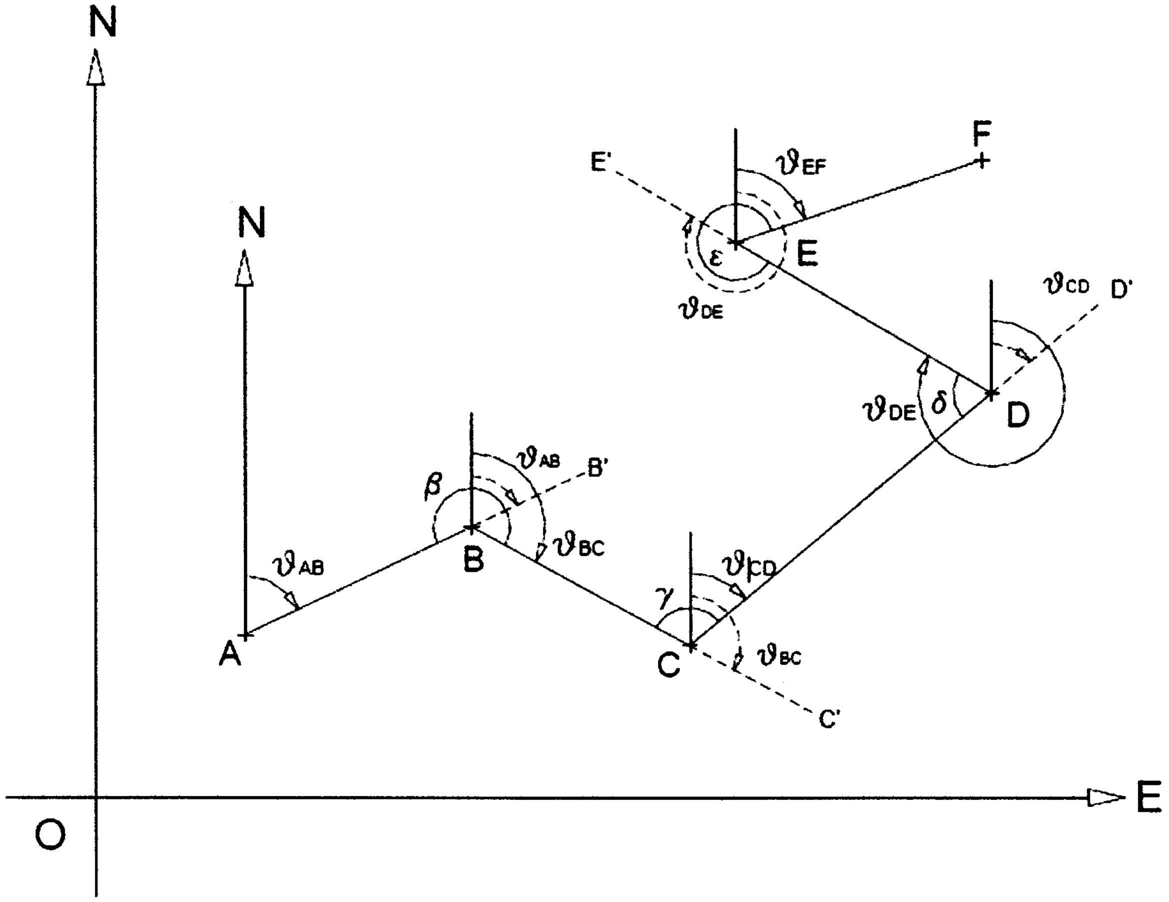
Le poligonali possono essere anche ***non orientate***. In questo caso il sistema di riferimento relativo è scelto arbitrariamente dal topografo. Di solito queste poligonali non hanno finalità di aggiornamento cartografico, ma vengono costruite per particolari rilievi di carattere tecnico *(tracciamento di gallerie, sistemazioni del terreno, ecc.)*.

I punti delle poligonali vengono numerati o indicati secondo un ordine di percorrenza della spezzata. Delle poligonali vengono misurati i lati e gli angoli.

In ciascun vertice l'angolo misurato è individuato dalla rotazione in senso orario del lato che precede il vertice considerato fino a sovrapporsi al lato che segue il vertice stesso.

ANGOLI DI DIREZIONE

Prima di affrontare i problemi relativi al calcolo delle poligonali, vediamo come sia possibile determinare gli angoli di direzione *(azimut)* dei lati di una spezzata. Consideriamo la poligonale di figura della quale supponiamo di conoscere l'azimut del primo lato θ_{AB} e gli angoli ai vertici: β = ABC; γ = BCD; δ = CDE; ε = DEF, ecc.



Ci proponiamo di ricavare una relazione di validità generale che ci consenta di ricavare l'azimut di ciascun lato.

Immaginiamo di trasportare l'azimut θ_{AB} in **B**. Possiamo notare che per ottenere l'azimut del lato BC θ_{BC} dobbiamo sommare a θ_{AB} l'angolo B'BC, differenza tra β e 200^g. Quindi:

$$\boxed{\vartheta_{BC} = \vartheta_{AB} + \beta - 200^g}$$

Allo stesso modo θ_{CD} è ottenuto sottraendo da θ_{BC} l'angolo DCC' differenza tra l'angolo piatto (200^g) e γ.

Quindi:

$$\vartheta_{CD} = \vartheta_{BC} - (200^g - \gamma)$$

$$\boxed{\vartheta_{CD} = \vartheta_{BC} + \gamma - 200^g}$$

Si ottiene una relazione del tutto simile a quella relativa all'azimut $\boldsymbol{\theta_{BC}}$.
Se ripetiamo lo stesso ragionamento per l'azimut del lato DE, abbiamo che $\boldsymbol{\theta_{DE}}$ è ottenuto sommando a CD l'angolo piatto e l'angolo al vertice δ:

$$\boxed{\vartheta_{CD} = \vartheta_{BC} + \gamma - 200^g}$$

È possibile ottenere l'angolo $\boldsymbol{\theta_{EF}}$ sottraendo da $\boldsymbol{\theta_{DE}}$ l'angolo piatto e l'angolo FED. Tenendo conto che FED è pari a 400^g- ε si ha:

$$\vartheta_{EF} = \vartheta_{DE} - 200^g - F\hat{E}D = \vartheta_{DE} - 200^g - (400^g - \varepsilon)$$

Pertanto si ha:

$$\boxed{\vartheta_{EF} = \vartheta_{DE} + \varepsilon - 600^g}$$

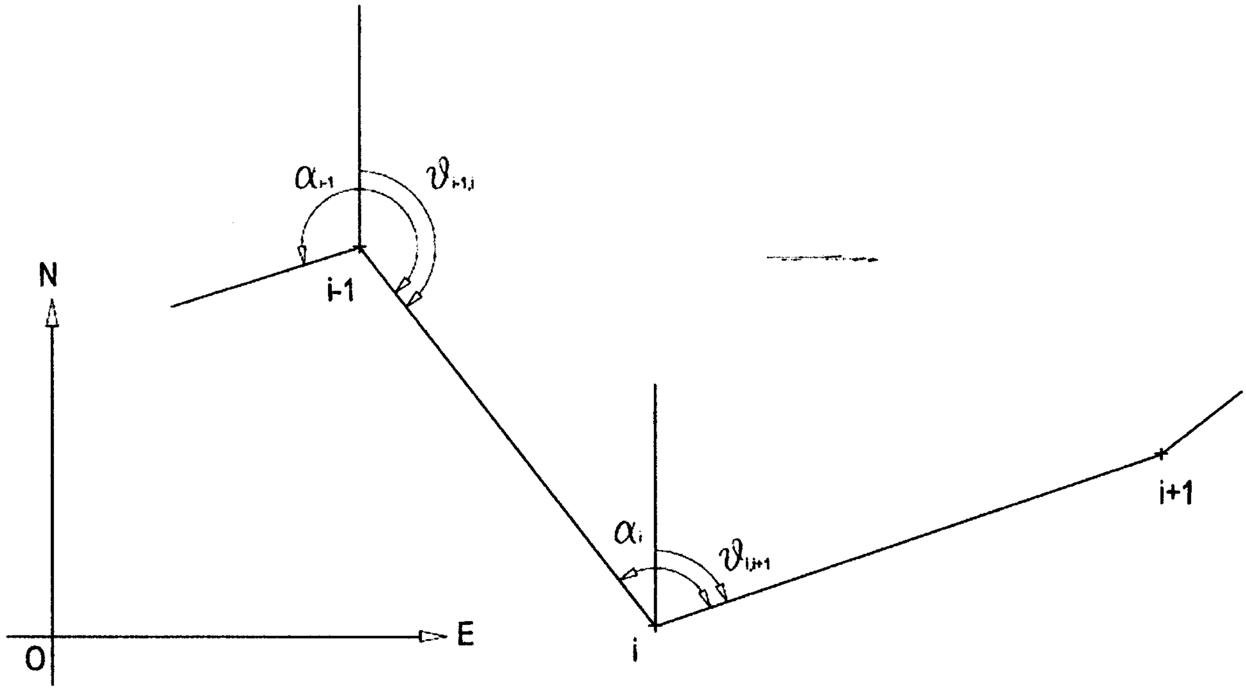
Considerazioni del tutto analoghe possono essere ripetute per ricavare l'azimut di qualsiasi lato della poligonale. Possiamo generalizzare le formule che abbiamo finora ricavato per i vari casi e formulare la ***regola di trasporto degli azimut*** di validità generale:

- ***L'azimut di un lato di una poligonale si ottiene sommando all'azimut del lato precedente l'angolo formato dai due lati.***
- ***Se la somma risulta maggiore di un angolo piatto si sottrae 200^g, se invece risulta minore di un angolo piatto si aggiunge 200^g.***
- ***Se la somma dell'azimut precedente e l'angolo al vertice risulta maggiore di 3 angoli piatti (600^g) si dovrà sottrarre 600^g anziché 200^g.***

$$\vartheta_{i,i+1} = \vartheta_{i-1,i} + \alpha_i - 200^g \quad se \quad \vartheta_{i-1,i} + \alpha_i > 200^g$$

$$\vartheta_{i,i+1} = \vartheta_{i-1,i} + \alpha_i + 200^g \quad se \quad \vartheta_{i-1,i} + \alpha_i < 200^g$$

$$\vartheta_{i,i+1} = \vartheta_{i-1,i} + \alpha_i - 600^g \quad se \quad \vartheta_{i-1,i} + \alpha_i > 600^g$$



POLIGONALI APERTE

Il calcolo di una poligonale è orientato alla ricerca delle coordinate planimetriche dei suoi vertici.

Gli elementi necessari al calcolo sono le misure dei lati e degli angoli rilevate sul terreno. Oltre a questi è anche necessario conoscere le coordinate di almeno un vertice e l'azimut di un lato che esce dallo stesso vertice.

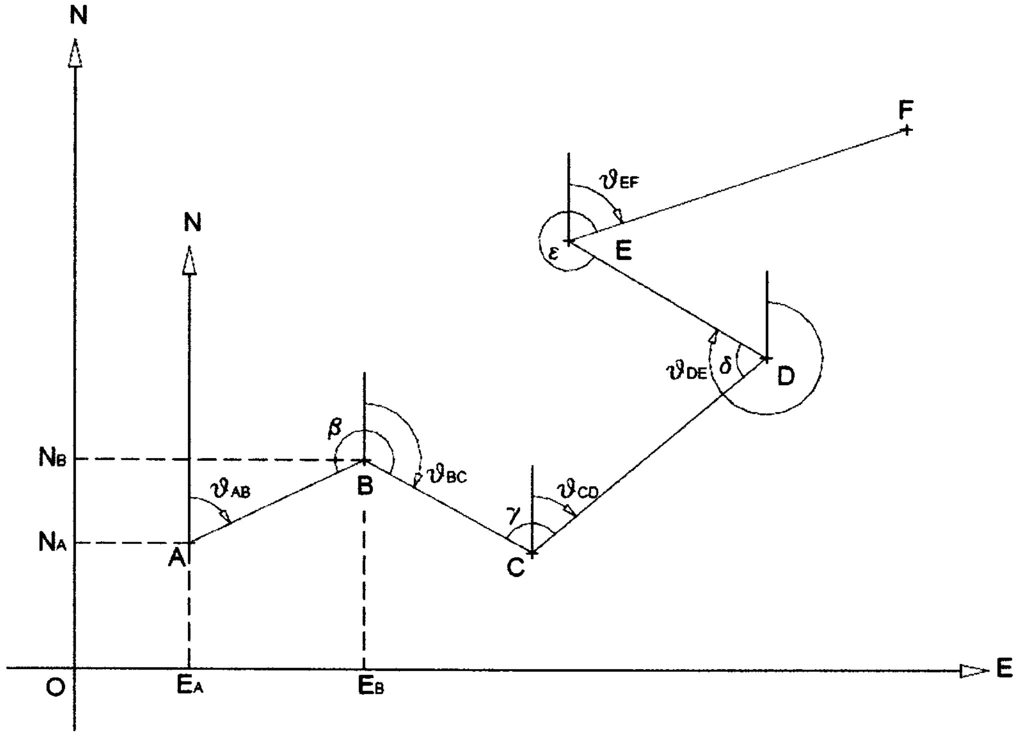
Consideriamo la generica poligonale aperta ABCDEF di figura.

Il calcolo delle coordinate dei vertici può essere fatto se si conoscono gli elementi geometrici sintetizzati nel seguente specchietto:

Elementi noti	Elementi misurati	Elementi incogniti
$[E_A;N_A]\,\vartheta_{AB}$	$\beta = A\hat{B}C, \gamma = B\hat{C}D, \delta = C\hat{D}E, \varepsilon = D\hat{E}F,.......$ $AB, BC, CD, DE, EF,......$	$[E_B;N_B],[E_C;N_C],[E_D;N_D],.....$

Il calcolo di una poligonale si sviluppa sempre in tre fasi:

1. ***calcolo degli azimut dei lati;***
2. ***calcolo delle coordinate parziali di ciascun vertice rispetto al vertice precedente;***
3. ***calcolo delle coordinate totali dei vertici.***



Fase 1: Calcolo degli azimut

A partire dall'azimut noto $\boldsymbol{\theta_{AB}}$ del primo lato si calcolano gli azimut dei lati successivi applicando la regola di trasporto:

$$\vartheta_{BC} = \vartheta_{AB} + \beta \pm 200^g$$

$$\vartheta_{CD} = \vartheta_{BC} + \gamma \pm 200^g$$

$$\vartheta_{DE} = \vartheta_{CD} + \delta \pm 200^g$$

ecc.

Fase 2: Calcolo delle coordinate parziali

Si calcolano le coordinate parziali di ciascun punto della poligonale rispetto al vertice che lo precede.

Si ricorda a tal proposito che le coordinate parziali di un vertice generico della poligonale **M** rispetto al punto che lo precede **L**, rappresentano le componenti lungo gli assi coordinati del vettore spostamento **LM**:

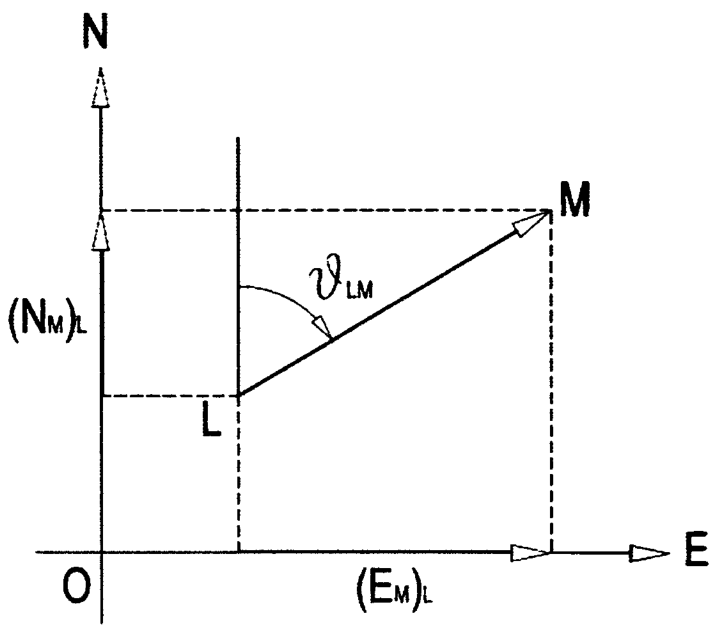
Pertanto:

$$(E_M)_L = LM \cdot \sin\vartheta_{LM}$$

$$(N_M)_L = LM \cdot \cos\vartheta_{LM}$$

N COINCIDE NEL SISTEMA CATASTALE ALLA ORDINATA DEL SISTEMA CARTESIANO (Y)

E COINCIDE NEL SISTEMA CATASTALE ALLA ASCISSA DEL SISTEMA CARTESIANO (X)



Conoscendo quindi la lunghezza dei lati e gli azimut di ciascun lato, le coordinate parziali, si calcolano con le formule ricorrenti:

$$(E_B)_A = AB \cdot \sin\vartheta_{AB} \qquad (N_B)_A = AB \cdot \cos\vartheta_{AB}$$

$$(E_C)_B = BC \cdot \sin\vartheta_{BC} \qquad (N_C)_B = BC \cdot \cos\vartheta_{BC}$$

$$(E_D)_C = CD \cdot \sin\vartheta_{CD} \qquad (N_D)_C = CD \cdot \cos\vartheta_{CD}$$

ecc.

Fase 3: Calcolo delle coordinate "totali" dei vertici

Per ottenere le coordinate totali di un vertice basterà sommare alle coordinate del vertice che precede le coordinate parziali del punto considerato. Pertanto , note le coordinate del punto A e le coordinate del vertice B saranno:

$$\mathbf{E_B = E_A+(E_B)_A \qquad N_B = N_A+(N_B)_A}$$

Le coordinate del vertice C si otterranno allo stesso modo sommando alle coordinate di B le coordinate parziali (EC)B e (NC)B:

$$\mathbf{E_C = E_B+(E_C)_B \qquad N_C = N_B+(N_C)_B}$$

Allo stesso modo per le coordinate degli altri punti si può scrivere:

$$\mathbf{E_D = E_C+(E_D)_C \qquad N_D = N_C+(N_D)_C}$$

$$\mathbf{E_E = E_D+(E_E)_D \qquad N_E = N_D+(N_E)_D}$$

ecc.

ESEMPIO 01: **POLIGONALE APERTA** (a sbalzo)

Della poligonale aperta ABCDEFG sono note le coordinate dei vertici A e B:

E_A = - 51,46 m $\quad$ N_A = +23,89 m

E_B = - 18,48 m $\quad$ N_B = - 10,05 m

Sono stati misurati gli angoli e i lati della spezzata:

BC = 41,07 m $\quad$ β = ABC = 275,4686^g

CD = 50,81 m $\quad$ γ = BCD = 90,5003^g

DE = 56,04 m $\quad$ δ = CDE = 132,8202^g

EF = 46,93 m $\quad$ ε = DEF = 106,0203^g

FG = 52,50 m $\quad$ φ = EFG = 331,0023^g

Calcolare le coordinate dei vertici della poligonale.

Calcoliamo l'azimut del primo lato AB:

$$\vartheta_{AB} = \arctan\frac{E_B - E_A}{N_B - N_A} = 150{,}9132^g$$

Calcoliamo gli azimut dei lati della poligonale:

$$\vartheta_{BC} = \vartheta_{AB} + \beta - 200^g = 226{,}3818^g$$

$$\vartheta_{CD} = \vartheta_{BC} + \gamma - 200^g = 116{,}8821^g$$

$$\vartheta_{DE} = \vartheta_{CD} + \delta - 200^g = 49{,}7023^g$$

$$\vartheta_{EF} = \vartheta_{DE} + \varepsilon + 200^g = 355{,}7226^g$$

$$\vartheta_{FG} = \vartheta_{EF} + \varphi - 600^g = 86{,}7249^g$$

Calcolo delle coordinate parziali:

$(E_C)_B = BC \cdot \sin\vartheta_{BC} = -16{,}54m$ $\qquad$ $(N_C)_B = BC \cdot \cos\vartheta_{BC} = -37{,}59m$

$(E_D)_C = CD \cdot \sin\vartheta_{CD} = 49{,}03m$ $\qquad$ $(N_D)_C = CD \cdot \cos\vartheta_{CD} = -13{,}32m$

$(E_E)_D = DE \cdot \sin\vartheta_{DE} = 39.44m$ $\qquad$ $(N_E)_D = DE \cdot \cos\vartheta_{DE} = 39{,}81m$

$(E_F)_E = EF \cdot \sin\vartheta_{EF} = -30{,}07m$ $\qquad$ $(N_F)_E = EF \cdot \cos\vartheta_{EF} = 36{,}03m$

$(E_G)_F = FG \cdot \sin\vartheta_{FG} = 51{,}36m$ $\qquad$ $(N_F)_G = FG \cdot \cos\vartheta_{FG} = 10{,}87m$

Calcolo delle coordinate dei vertici:

$E_A = -51{,}46\ m$ $N_A = 23{,}89\ m$

$E_B = -18{,}48\ m$ $N_B = -10{,}05\ m$

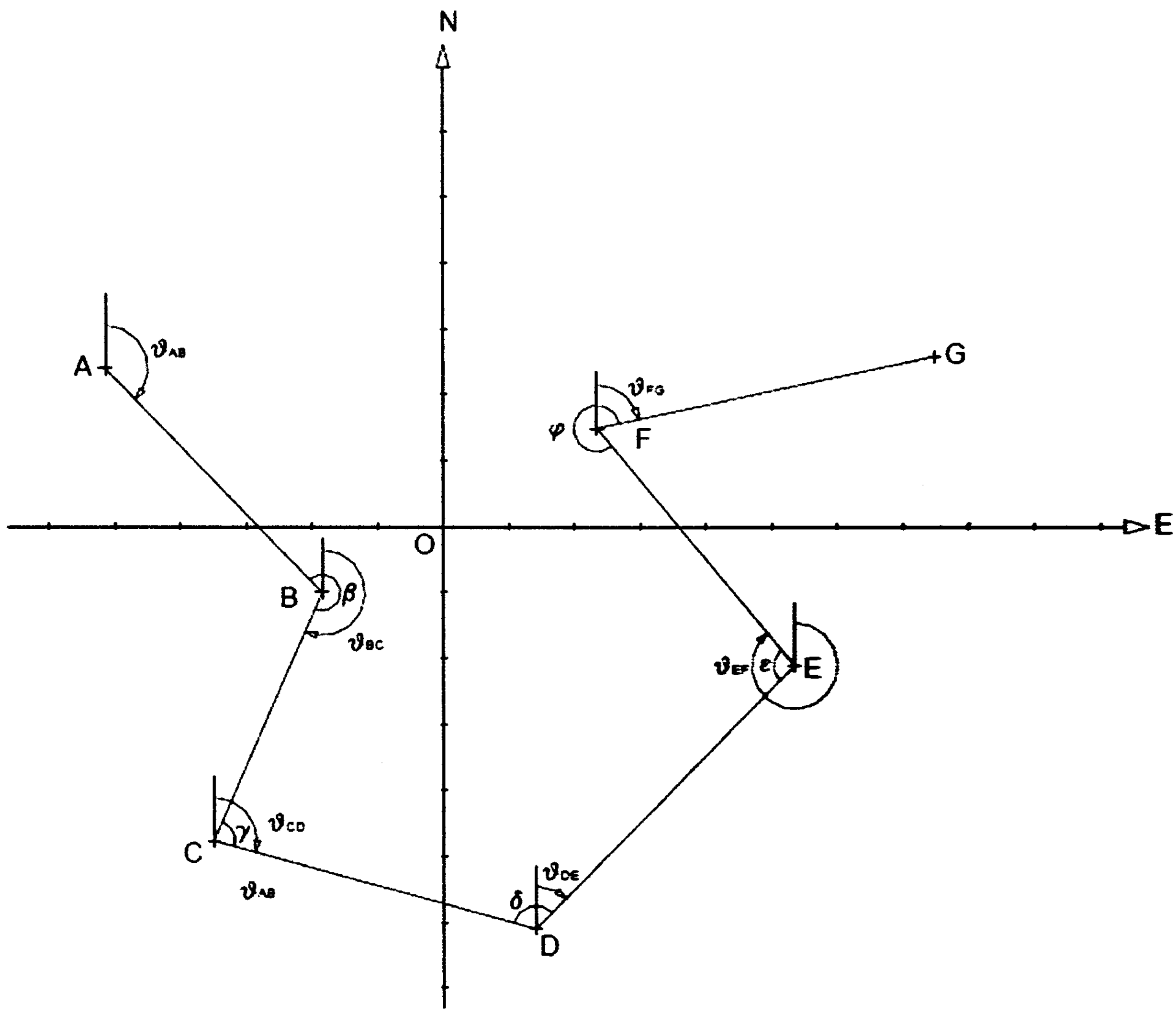
$E_C = E_B + (E_C)_B = -35{,}02m$ $N_C = N_B + (N_C)_B = -47{,}64m$

$E_D = E_C + (E_D)_C = 14{,}01m$ $N_D = N_C + (N_D)_C = -60{,}96m$

$E_E = E_D + (E_E)_D = 53{,}45m$ $N_E = N_D + (N_E)_D = -21{,}15m$

$E_F = E_E + (E_F)_E = 23{,}38m$ $N_F = N_E + (N_F)_E = 14{,}88m$

$E_G = E_F + (E_G)_F = 74{,}74m$ $N_G = N_F + (N_G)_F = 25{,}75m$



Come si è potuto notare anche dall'esempio svolto il calcolo della poligonale consiste nell'esecuzione di una serie di operazioni ripetitive. È possibile eseguire celermente il calcolo utilizzando una tabella.

Vertici	Angoli	Distanze	Azimut	Coordinate parziali		Coordinate totali	
				$(E_i)_j$	$(N_i)_j$	E_i	N_i
A						- 51,46 m	23,89 m
			150,9132^g				
B	275,4686^g					- 18,48 m	- 10,05 m
		41,07 m	226,3818^g	- 16,54 m	- 37,59 m		
C	90,5003^g					- 35,02 m	- 47,65 m
		50,81 m	116,8821^g	49,03 m	- 13,32 m		
D	132,8202^g					14,01 m	- 60,96 m
		56,04 m	49,7023^g	39,44 m	39,81 m		
E	106,0203^g					53,45 m	- 21,15 m
		46,93 m	355,7226^g	- 30,07 m	36,03 m		
F	331,0023^g					23,38 m	14,88 m
		52,50 m	86,7249^g	51.36 m	10,87 m		
G						74,74 m	25,75 m